Секция «Геометрия и топология»

Матричные коммутирующие дифференциальные операторы

Оганесян Вардан Спартакович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: vardan.o@mail.ru

Условие коммутации двух дифференциальных операторов L_n и L_m, где коэффициентами операторов являются скалярные или матричные функции, эквивалентна очень сложной нелинейной системе дифференциальных уравнений. Теория коммутирующих дифференциальных операторов была впервые рассмотрена в начале 20 века в работах Валленберга, Шура, Бурхнала, Чаунди.

Если два дифференциальных оператора со скалярными или матричными коэффициентами коммутируют, то существует ненулевой полином $R(z, w)$ такой, что $R(L_n, L_m) = 0$. Кривая Γ, определенная соотношением $R(z, w) = 0$, называется *спектральной кривой.* Для почти всех $(z, w) \in \Gamma$ размерность пространства общих собственных функций ψ одна и та же.nbsp; Размерность пространства общих собственных функций двух коммутирующих дифференциальных операторов называется *рангом.* Ранг является общим делителем порядков операторов m и n. Если мы рассмотрим операторы с матричными коэффициентами размера $s \times s$, то возникает векторный ранг $(l_1, ..., l_k)$, где $k \leqslant s$.nbsp; Числа l_i являются общими делителями m и n. Первые примеры коммутирующих скалярных дифференциальных операторов ранга 2nbsp; со спектральной кривой рода $g = 1$ были построены Диксмьеnbsp; для невырожденной эллиптической кривойnbsp; $w^2 = z^3 - \alpha$.

Общая классификация скалярных коммутирующих операторов ранга больше единицы была получена Кричевером.nbsp; Коэффициенты коммутирующих операторов ранга 1 явно выражаются через тэта-функцию Римана. Случай ранга больше 1 значительно сложней. Общая форма скалярных коммутирующих операторов ранга 2 для произвольной эллиптической кривой была получена Кричевером и Новиковым. Общий вид операторов ранга 3 для произвольной эллиптической кривой (общий вид операторовnbsp; ранга 3, рода 1 параметризуется двумя произвольными функциями) был найден Моховым. Миронов в нашел новый метод построения коммутирующих скалярных операторов ранга 2. Используя методы Миронова было построено множество примеров коммутирующих скалярных операторов ранга 2.

Общая классификация матричных коммутирующих операторов был получена Гриневичем.

В докладе будут рассмотрены новые способы построения матричных коммутирующих операторов и будут рассмотрены явные примеры. Также будет рассказано о том как с помощью матричных коммутирующих дифференциальных операторов строить скалярные коммктирующие дифференциальные операторы ранга больше 1.

Источники и литература

1) Burchnall J.-L., Chaundy T.W. Commutative ordinary differential operators, Proc. London Math. Soc. 21 (1923), 420-440; Proc. Royal Soc. London (A) 118 (1928), 557–583.

2) И. М. Кричевер, “Интегрирование нелинейных уравнений методами алгебраической геометрии”, Функц. анализ и его прил., 11:1 (1977), 15–31

3) О. И. Мохов, “Коммутирующие обыкновенные дифференциальные операторы ранга 3, отвечающие эллиптической кривой”, УМН, 37:4(226) (1982), 169–170

4) О. И. Мохов, “Коммутирующие дифференциальные операторы ранга 3 и нелинейные уравнения”, Изв. АН СССР. Сер. матем., 53:6 (1989), 1291–1315

5) A.E. Mironov. Self-adjoint commuting differential operators and commutative subalgebras of the Weyl algebra. Invent. math. (2014) 197:417-431
6) В. С. Оганесян, “Коммутирующие дифференциальные операторы ранга 2 произвольного рода g с полиномиальными коэффициентами”, УМН, 70:1(421) (2015), 179–180
7) В. С. Оганесян, “Общие собственные функции коммутирующих дифференциальных операторов ранга 2”, Матем. заметки, 99:2 (2016), 283–287
8) V. Oganesyan, "AKNS hierarchy and finite gap Schrodinger potentials arXiv:1512.03981