

**О характеристике  $R$  – факторизуемых  $G$  – пространств.**

**Мартьянов Евгений Вячеславович**

*Выпускник (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра общей топологии и геометрии, Москва,  
Россия

*E-mail: binom00@yandex.ru*

Аппроксимация произвольного тихоновского пространства  $X$  при помощи класса пространств  $\Xi$  и класса непрерывных отображений  $F$  таких, что для произвольной непрерывной функции  $f \in C(X)$  найдутся  $Z \in \Xi$ ,  $g: X \rightarrow Z$ ,  $g \in F$  и  $h \in C(X)$  для которых выполняется равенство  $f = h \circ g$ , является полезным инструментом исследований топологических пространств. Изучению  $R$ -факторизуемых топологических групп предшествовала теорема Л.С. Понтрягина: если  $f$ -непрерывная вещественная функция на компактной топологической группе  $G$ , тогда существует замкнутый нормальный делитель  $N$  группы  $G$  такой, что фактор-группа  $G/N$  метризуемая и  $f$  постоянна на каждом смежном классе. Само понятие  $R$ -факторизуемости топологических групп было введено М.Г. Ткаченко [1]. Достаточно обширная литература по данному вопросу имеется в литературе [2]. В литературе [2, открытая проблема 8.4.4] был поставлен вопрос: верно ли, что фактор-группа  $M$ -факторизуемой топологической группы  $M$ -факторизуема? В работе Ли-Хонг Хи и Шоу Линя [3] был дан положительный ответ на поставленный вопрос, кроме того, получена характеристика  $R$ -факторизуемых топологических групп [3, теорема 4.9]: топологическая группа  $R$ -факторизуема тогда и только тогда, когда она имеет свойство  $\omega$ - $U$  и является  $\omega$ -узкой группой. В работе [4] было введено понятие  $R$ -факторизуемого  $G$ -пространства. В работе вводятся следующие понятия: свойство  $\omega$ - $U$  и сильное свойство  $\omega$ - $U$  для  $G$ -пространства с  $d$ -открытым действием (определения 3 и 5 соответственно),  $m$ - и  $M$ -факторизуемость  $G$ -пространства с  $d$ -открытым действием (определение 4). Основным результатом является теорема 3:  $G$ -пространство  $X$  с  $d$ -открытым действием  $\omega$ -узкой группы является  $R$ -факторизуемым тогда и только тогда, когда оно удовлетворяет свойству  $\omega$ - $U$ . В качестве следствий, получены теоремы 4 и 5:  $G$ -пространство  $X$  с  $d$ -открытым действием  $\omega$ -узкой ( $\omega$ -уравновешенной) группы является  $m$ -факторизуемым ( $M$ -факторизуемым) тогда и только тогда, когда оно удовлетворяет сильному свойству  $\omega$ - $U$ . Выбор в качестве действия группы на  $G$ -пространстве  $d$ -открытого действия обусловлен известной степенью общности: достаточно сослаться на результат [5, лемма 9] и, как следствие, на [4, пример 3.12].

**Источники и литература**

- 1) Tkachenko M.G. Factorization theorems for topological groups and their applications // Topol. Appl. 1991. 38, N 1. 21–37.
- 2) Arhangel'skii A.V., Tkachenko M.G. Topological groups and related structures. Paris. Atlantis Press. 2008.
- 3) Xie L.H., Lin S.  $R$  - factorizability and uniform continuity in topological groups // Topol. Appl. 2012. 159. 2711–2720.
- 4) Kozlov K.L.  $R$  - factorizable  $G$  - spaces // preprint
- 5) Успенский V. V. Топологические группы и компакты Дугунджи // Мат. Сб. 1989. 180, N 8. 103–128.

**Слова благодарности**

Автор выражает глубокую благодарность К. Л. Козлову за внимание к работе.