Секция «Геометрия и топология»

Кривизна Риччи взвешенного дерева

Рублёва Ольга Владимировна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия

E-mail: rubleva-olga91@mail.ru

Классическая кривизна Риччи играет важную роль в геометрическом анализе римановых многообразий. В дифференциальной геометрии получено много результатов для многообразий с неотрицательной кривизной Риччи и для многообразий, чья кривизна Риччи ограничена снизу. Недавно, в связи со знаменитыми работами Г. Перельмана о потоках Риччи и гипотезе Пуанкаре, возрос интерес к кривизне Риччи. Понятие кривизны Риччи для метрических пространств общего вида впервые возникло в работах Бакри и Эмери. В 2009 году Оливье дал определение грубой кривизны Риччи на цепях Маркова, которое можно использовать для метрических пространств, порожденных графами. Чанг и Яу впервые ввели определение кривизны Риччи для графов в 1996 году. А в 2011 году Лин, Лу и Яу модифицировали определение Оливье для кривизны Риччи цепей Маркова на метрических пространствах. В докладе понятие кривизны Риччи обобщается на случай взвешенных графов, получена формула, вычисляющая кривизну Риччи между любыми двумя вершинами дерева, и некоторые следствия из нее. В частности, оказывается, что структура бинарного дерева с постоянной весовой функцией может быть восстановлена по матрице попарных кривизн Риччи между вершинами этого дерева.

Теорема 1. *Пусть (G, ω), $G = (V, E)$ — взвешенное дерево с весовой функцией ω. Тогда кривизна Риччи между любыми вершинами дерева G вычисляется по следующей формуле:*

$$k(x,y) = \frac{1}{d(x,y)}\Big(\frac{1}{\deg(x)}\sum_{z\sim x} k_z d(z,x) + \frac{1}{\deg(y)}\sum_{z\sim y} k_z d(z,y)\Big),$$

где $k_z = 1$, если ребро zx входит в путь xy, и -1, если не входит.

Источники и литература

1) Y. Lin, L. Y. Lu and S.T. Yau, Ricci curvature of graphs, Tohoku Mathematical Journal, Vol. 63(605-627), 2011.

2) Y. Ollivier, Ricci curvature of Markov chains on metric spaces, J.Funct.Anal.256(3)(2009), 810-864.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность д.ф.-м.н. А. О. Иванову и д.ф-м.н. А. А. Тужилину за постановку задач и помощь в работе. Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ, проект НШ-581.2014.1, гранта РФФИ проект РФФИ 13-01-00664а.