

Модель формирования стационарных потоков вблизи колеблющихся тел

Дорофеев Максим Сергеевич

аспирант

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Рассмотрим систему уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{u} \\ \operatorname{div} \vec{u} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Приближенное решение этих уравнений будем искать в виде:

$$\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 \quad (2)$$

Где \vec{u}_1 является решением линеаризованных уравнений (1) и $u_1 \gg u_2$.

В этом случае \vec{u}_2 будет являться решением линеаризованных уравнений гидродинамики, в которых будет присутствовать внешняя сила вида:

$$\vec{F} = -(\vec{u}_1 \nabla) \vec{u}_1 = \frac{1}{2} \nabla (\vec{u}_1^2) - \vec{u}_1 \times \operatorname{rot}(\vec{u}_1) \quad (3)$$

Будем считать, что поле \vec{u}_1 приблизительно равно:

$$\vec{u}_1 = \vec{B}(r) \cdot U_0(r) \quad (5)$$

где $U_0(r)$ представляет собой поле скоростей обтекания тела идеальной несжимаемой жидкостью с постоянной скоростью, а скалярная функция $\vec{B}(r)$ представляет собой модель пограничного слоя. Также будем считать, что $\vec{B}(r)$ имеет следующий вид:

$$\vec{B}(r) = 1 - \exp\left(-\frac{1+i}{\delta} R\right) \quad (6)$$

Где R - расстояние от точки пространства с радиус-вектором r до поверхности тела, и

δ - толщина пограничного слоя равная: $\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$

Пренебрегая потенциальной компонентой поля «вторичных» сил (5) преобразуется к виду:

$$\vec{F} = -\vec{B}(r) \cdot U_0(r) \times (\operatorname{grad}(\vec{B}(r)) \times U_0(r)) \quad (7)$$

Таким образом, алгоритм для вычисления структуры потоков вблизи колеблющегося тела выглядит следующим образом:

1. Решается задача об обтекании заданного тела идеальной несжимаемой жидкостью для нахождения поля скоростей $U_0(r)$,
2. Формулируется модельное выражение для пограничного слоя $\vec{B}(r)$,
3. Пользуясь формулой (7) вычисляется поле вторичных сил \vec{F} ,
4. Поле вторичных сил \vec{F} усредняется по времени,
5. Численно решаются уравнения гидродинамики с учетом поля вторичных сил.

Литература

1. Дорофеев М.С., Об эффектах выпрямления акустических волн // Сборник трудов XVIII сессии Российского акустического общества. Т. 3. - М.: ГЕОС, 2006. - 210 с.